max F = x1 + x2

x1 + x2 ≥ 2 (1)

x1 ≤ 6 (2)

-x1 + 2x2 ≤ 8 (3)

x1 + 2x2 ≤ 12 (4)

x1, x2 ≥ 0 (5-6)

# Симплекс метод:

Приведем к основному виду:

min (-F) = -x1 -x2

-2 + x1 + x2 = x3

6 - x1 = x4

8 + x1 - 2x2 = x5

12 - x1 - 2x2 = x6

xi ≥ 0 (i=1..6)

Т.к. свободный член при x3 = -2, возьмем за свободные другие переменные, например x5 и x6.

min (-F) = -7 – x5/4 + 3x6/4

x1 = 2 + x5/2 –x6/2

x2 = 5 – x5/4 – x6/4

x3 = 5 + x5/4 – 3x6/4

x4 = 4 – x5/2 + x6/2

Построим симплекс-таблицу, найдем главный член и произведем переходы в поисках оптимального решения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Св. чл. | x5 | x6 |
| x1 | 2  4 | ½  1 | ½  -½ |
| x2 | 5  -2 | ¼  -½ | ¼  ¼ |
| x3 | 5  2 | ¼  ½ | ¾  -¼ |
| x4 | 4  8 | ½ | -½  -1 |
| -F | -7  -2 | ¼  -½ | -¾  ¼ |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Св. чл. | X4 | x6 |
| x1 | 6 | 1 | 0 |
| x2 | 3 | -½ | ½ |
| x3 | 7 | ½ | ½ |
| X5 | 8 | ½ | -1 |
| -F | -9 | -½ | -½ |

α=½ =>min(-F)= -9=>max(F)=9

λ=2 при х1=6, x2=3

# Двойственный симплекс метод:

min (-F) = -x1 -x2

-2 + x1 + x2 = x3

6 - x1 = x4

8 + x1 - 2x2 = x5

12 - x1 - 2x2 = x6

xi ≥ 0 (i=1..6)

Т.к. коэффициенты при свободных переменных у –F оба отрицательных нам необходимо ввести новое условие из условий (3) и (2) которое не сужает допустимую область задачи:

X7 = 13 – x1 – x2

Составим начальную таблицу и произведем переходы двойственным симплекс-методом в поисках оптимального решения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Св. чл. | X1 | X2 |
| x3 | -2  13 | -1  1 | -1  1 |
| x4 | 6  -13 | 1  -1 | 0  -1 |
| x5 | 8  13 | -1  1 | 2  -1 |
| X6 | 12  -13 | 1  -1 | 2  1 |
| X7 | 13  13 | 1  1 | 1  1 |
| -F | 0  -13 | 1  -1 | 1  -1 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Св. чл. | X7 | X2 |
| x3 | 11  -1 | 1  1 | 0  1 |
| x4 | -7  1 | -1  -1 | -1  -1 |
| x5 | 21  -1 | 1  1 | 3  -1 |
| X6 | -1  -13 | -1  -1 | 1  -1 |
| X1 | 13  -1 | 1  1 | 1  1 |
| -F | -13  1 | -1  -1 | 0  -1 |

α=1 α=-1

λ=1 λ=-1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Св. чл. | X6 | X2 |
| x3 | 10  -3 | 1  -½ | 1  ½ |
| x4 | -6  3 | -1  ½ | -2 |
| x5 | 20  -6 | 1  -1 | 2  1 |
| X7 | -13  -3 | -1  ½ | -1  ½ |
| X1 | 12  -6 | 1  -1 | 2  1 |
| -F | -12  3 | -1  ½ | -1  -½ |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Св. чл. | X6 | X4 |
| x3 | 7 | ½ | ½ |
| X2 | 3 | ½ | -2 |
| x5 | 14 | 0 | 1 |
| X7 | -16 | -½ | ½ |
| X1 | 6 | 0 | 1 |
| -F | -9 | -½ | -½ |

α=-2 => min(-F)=-9=>max(F)=9

λ=-½ x1=6, x2=3

# Двойственная задача

max F = x1 + x2

x1 + x2 ≥ 2 (1)

x1 ≤ 6 (2)

-x1 + 2x2 ≤ 8 (3)

x1 + 2x2 ≤ 12 (4)

x1, x2 ≥ 0 (5-6)

Перейдем к исходной задаче для дальнейшего составления двойственной по отношению к исходной задаче задачи.

min(-F) = - x1 - x2

x1 + x2 ≥ 2

-x1 + 0x2 ≥ -6

x1 - 2x2 ≥ -8

-x1 - 2x2 ≥ -12

x1, x2 ≥ 0

Построим двойственную задачу.

max ϕ = 2y1 – 6y2 – 8y3 – 12y4 max ϕ = 2y1 – 6y2 – 8y3 – 12y4

y1 - y2 + y3 – y4 ≤ -1 -y1 + y2 - y3 + y4 – 1 = y5

y1  + 2y3 – 2y4 ≤ -1 -y1  - 2y3 + 2y4 -1 = y6

yi ≥ 0 (i=1..4) yi ≥ 0 (i=1..6)

|  |  |
| --- | --- |
| x1 б | y5 с |
| x2 б | y6 с |
| x3 б | y1 с |
| x4 с | y2 б |
| x5 б | y3 с |
| x6 с | y4 б |

Ответ:

y1 = 0; y2 = ½; y3 = 0; y4 = ½

max ϕ = -9 = min(-F)